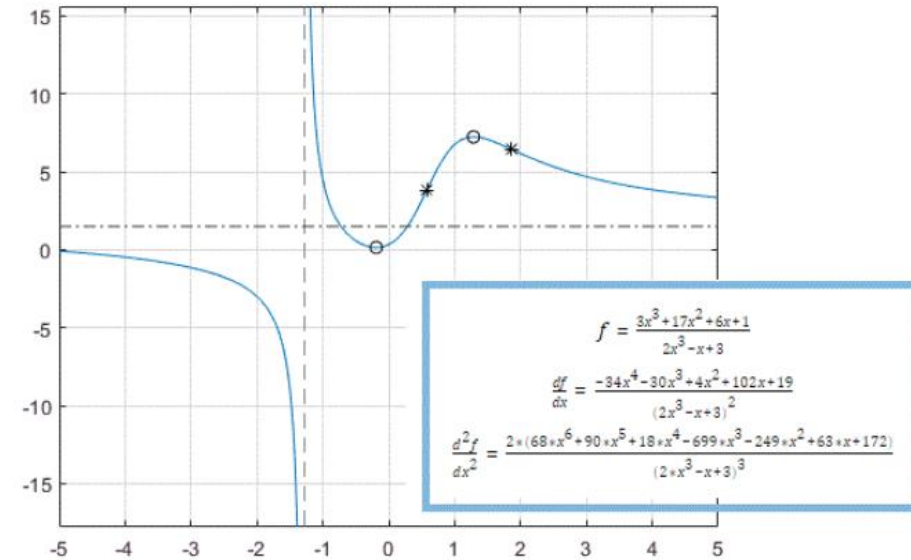


数式で理解を促進する 【MATLAB数式処理入門】

MathWorks

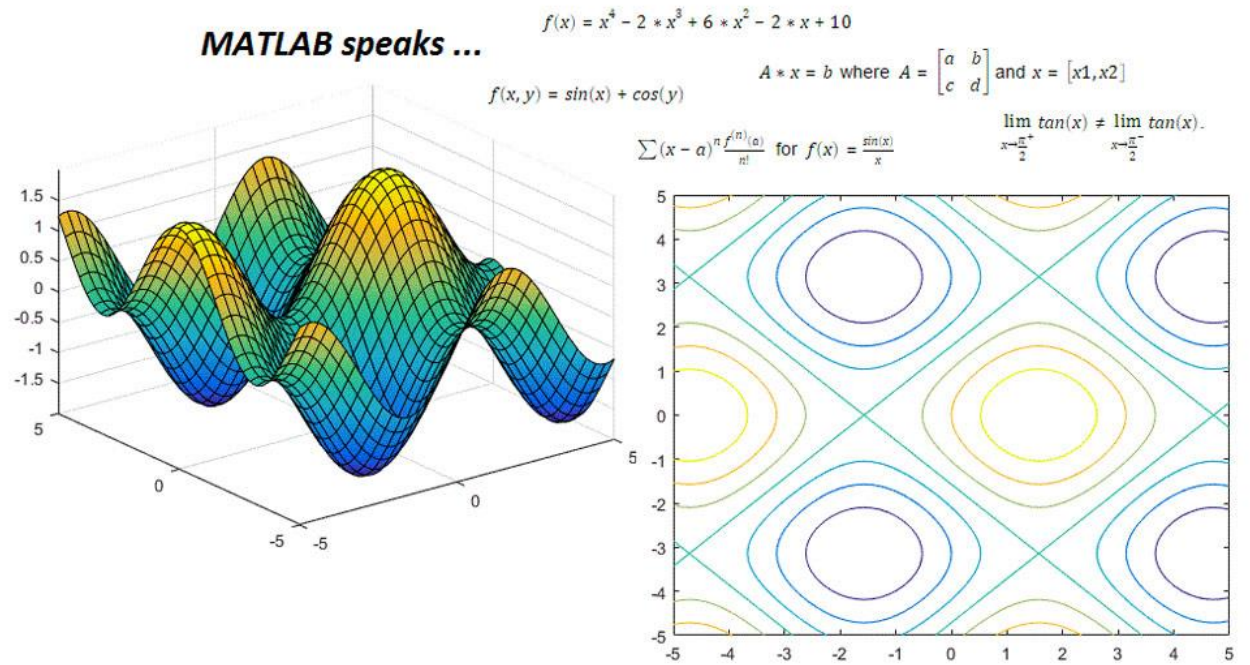
カスタマーサクセス エンジニア (教育機関)

沖田芳雄



概要

1. MATLABにおける数式処理
2. Symbolic Math Toolbox紹介
 - 基本機能、応用機能
3. 活用事例
4. 今後の活用にむけて
5. Q & A



本日のセミナーを通じて

- MATLABにおける数式処理の概要を理解する
- 今後の活用に向けて何をすればよいか分かる
- 実際に使ってみるきっかけに

MATLABにおける数式処理



SampleDemo.mlx

統合開発環境としてのMATLAB

Symbolic Math Toolboxの適用領域

データへのアクセス



アルゴリズム開発



結果の共有・アプリ配布



Symbolic Math Toolbox紹介

- MATLABにおける数式処理の特徴
- 基本機能
- 応用機能

MATLABにおける数式処理の特徴

- 数式に近い表現で式の入力、プログラムが可能
- 可視化機能（グラフィック、アニメーション）が充実
- 数値計算、他のツールボックスとの連携を容易に実現
- Live Script を使うことで
 - 見やすい、確認しやすい処理結果の表示
 - 推奨ステップ機能でローコードプログラミング
- [Cheat-Sheet](#)

推奨ステップ機能

使用可能な次の推奨ステップ

シンボリック出力に応じた次のステップを提案する
コンテキストメニュー

微分、積分、可視化の例題

課題

- 関数 $y = e^{-x^2}$ を定義し、微分を求め、 dy と置く
- dy をグラフ表示せよ (タイトルをつけること)
- 関数 y の不定積分を求めよ
- y を $-\infty$ から ∞ まで積分し、ガウス積分 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \pi$ が成り立つことを示せ

```
syms x
y = exp(-x^2)
dy = diff(y,x)
fplot(dy)
title(texlabel(dy))
Y = int(y)
Gasussian = int(y,-inf,inf)
```

使用可能な次の推奨ステップ
このアイコンをクリックするか、シンボリック出力を右クリックして、次のステップの [シンボリックに関する推奨事項](#) を表示してください。

次回から表示しない

OK

$$y = e^{-x^2}$$

変数の置換

数値的に近似

式を書き換えと単純化

微積分関数を適用

方程式の求解

積分変換を計算

関数をプロット

コピー

Ctrl+C

LaTeX としてコピー

MathML としてコピー

出力をコピー

すべての出力をコピー

出力のクリア

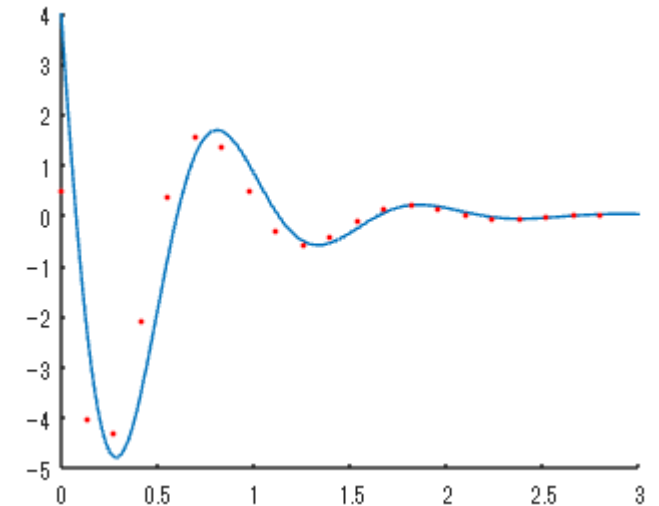
すべての出力をクリア

基本機能

1. 数値計算と数式処理
2. 線形代数
3. 数値近似、方程式の求解、可視化
4. 数値計算との連携解析シミュレーション、アニメーション
5. MATLAB Mobileでの利用

1. 数式処理と数値計算

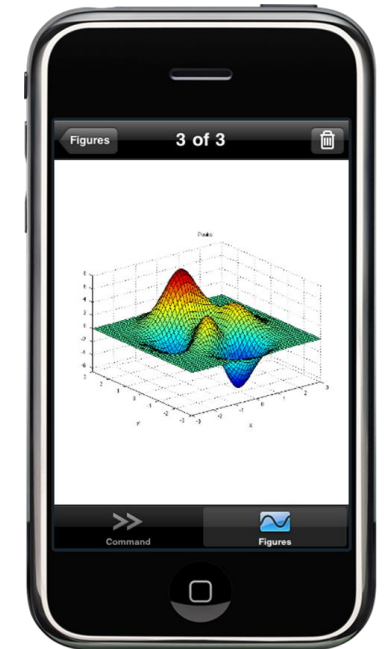
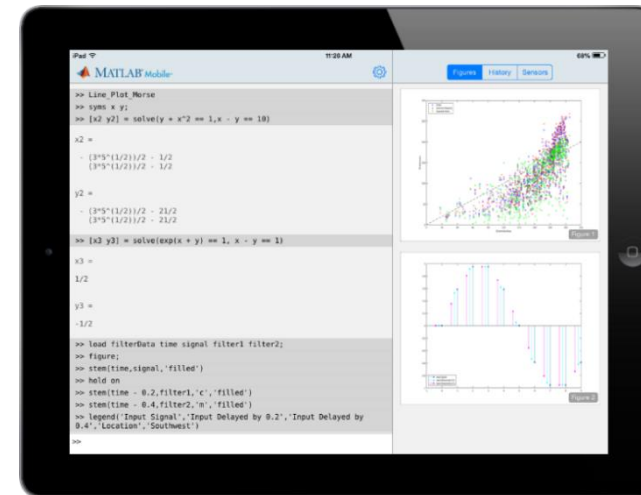
	数式処理	数値計算
解の精度	✓	
直感的	✓	
適用領域		✓
計算速度		✓
メモリ消費		✓
統合環境		✓
ソフトウェア	Symbolic Math Toolbox	MATLAB

[Demo.mlx](#)

MATLAB Mobileでの利用

- MathWorksアカウントのみで無償利用可能（中学生以上）
 - 無償アプリをダウンロード
 - MATLAB & Symbolic Math Toolboxのライセンス不要
 - Live Editorも利用できる
 - スマートフォンは一部機能制限あり
 - スマートフォンのセンサーも取り込み可能
 - 加速度、磁場、方向、角速度、GPSデータ、ビデオ、写真、音声等*

*音声取り込みは現状Android端末のみ



MATLAB Mobileアプリ
スマートフォン、タブレットで利用可能

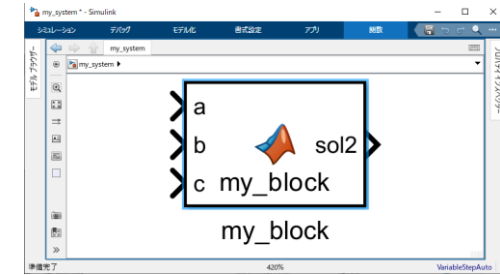
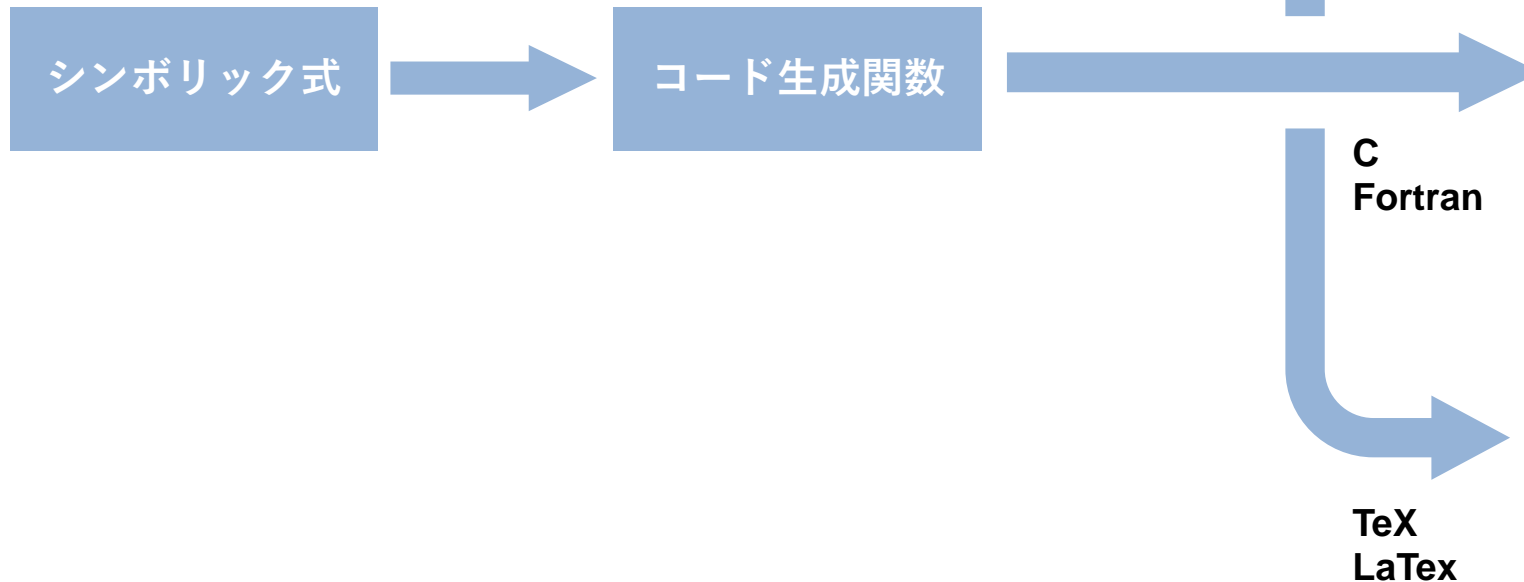
<https://jp.mathworks.com/products/matlab-mobile.html>

応用機能

1. Optimization Toolboxとの連携
2. コード変換による他ツールとの連携
3. MATLAB Graderによる数式採点

応用機能 コード変換による他ツールとの連携

- 複雑な数式を一つのブロックとしてSimulinkで利用
- 数値計算関数として、CやFortranコードに組み込み
 - ✓ 生成された関数の使用には **Symbolic Math Toolbox**のライセンスは必要なし
- 数式として正しいTeX, LaTeX式を手軽に生成



```

ccodetest2
1  t2 = b*b;
2  t3 = a*c*4.0;
3  t4 = 1.0/a;
4  t5 = -t3;
5  t6 = t2+t5;
6  t7 = sqrt(t6);
7  A0[0][0] = t4*(b+t7)*(-1.0/2.0);
8  A0[1][0] = t4*(b-t7)*(-1.0/2.0);
  
```

```

fortrantest2
1  t2 = b**2
2  t3 = a*c*4.0D0
3  t4 = 1.0D0/a
4  t5 = -t3
5  t6 = t2+t5
6  t7 = sqrt(t6)
7  A0(1,1) = t4*(b+t7)*(-1.0D0/2.0D0)
8  A0(2,1) = t4*(b-t7)*(-1.0D0/2.0D0)
  
```

```

ans = '-{2} {x} {exp}{-{x}^{2}}'
ans = '-2\,x\, {\mathrm{e}}^{-x^2}'
  
```



応用機能 MATLAB Graderによる数式採点

MATLAB Grader MATLAB演習課題の自動採点システム

- MATLABを使った演習課題をWeb上で作成、自動採点
- 受講する学生に限定した出題
(学生にはライセンス不要)
- オンライン利用できる全製品を利用可能
(MATLAB単体の保守契約のみ必要)
- 再利用可能な例題、コースの提供
- 作成課題の共有が可能
- LTI1.3に対応したLMSとの連携

MATLAB® Grader™

Courses & Content | LMS Integration | Documentation & Support

Hello, Okita Yoshio

> Get Started

Courses

問題作成例 (Instructor)
Created By Me (yoshio.okita@mathworks.com)
Duration (JST): 29 Sep 2016 - Not Specified
12 Problems | 0 Students

Expo2016 サンプルコース (Instructor)
Created By Me (yoshio.okita@mathworks.com)
Duration (JST): 07 Oct 2016 - Not Specified
146 Problems | 0 Students

ADD COURSE

Content

動作確認
Created By Me (yoshio.okita@mathworks.com)
1 Problem | ADD PROBLEM

問題集
Created By Me (yoshio.okita@mathworks.com)
13 Problems | ADD PROBLEM

ADD COLLECTION

CDIO 2018 Autograding MATLAB Code Example > Assignment 1 >

Vector Creation (Symbolic Math)

Edit | Copy | Rescore Solutions | Delete

Consider the Leibniz series: the Leibniz series:

$$\frac{\pi}{4} \approx 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$$

Write a script to generate a vector of the **first twenty terms** of this series in symbolic expression. Assign the vector of series terms to a row vector variable named **LeibnizTerms** as **Symbolic variable**.

Your Script Reset MATLAB Documentation

```

1 % Enter commands for your script in the space below and assign the result to the variable
2 % given in the problem statement. Be sure to use a MATLAB command to evaluate each mathe
3 % rather than just entering the result calculated elsewhere
4 % (e.g. a local MATLAB session or on your calculator).
5 k = sym(1:20); % Symbolic variable
6
7 LeibnizTerms = 1
8

```

Run Script

Assessment:

Run Pretest Submit

> Symbolic Math Test (Pretest)

MATLAB Graderで可能な事

■ 可能な事

- テキストレベルのプログラム作成、実行、グラフ・画像表示、提出プログラムの閲覧
- スクリプト課題：学生の計算値と規範値との差（絶対値/相対値）による判定
- 関数課題：入力値に対する、学生の関数の出力値と、規範関数の出力値と、の差（絶対値/相対値）による判定
- 指定したキーワードの存在に基づく判定
- 指定したキーワードが存在しない事に基づく判定

```
syms a b x
isAlways(pi*a*b == a*pi*b)
isAlways(exp(-sym(pi)*i)+1==0)
isAlways(tan(x)==sin(x)/cos(x))
```

```
ans = logical
      1
ans = logical
      1
ans = logical
      1
```

■ Symbolic Math Toolboxと組み合わせることで可能な課題

- 選択問題（選択記号を入力させる）
- 手計算結果の数値（文字）確認：分数、 π 、 e^2 、定積分、極限值...（ベクトル、行列含む）
- 解析解（数値文字を含む数式）確認：微分、不定積分...（ベクトル、行列含む）
 - `diff`, `int`等を関数を使わずにと明記し、利用していないことを確認

活用事例紹介

- 大学教育における活用事例
- 産業界における活用事例

講義教材事例

https://elf.he.u-tokyo.ac.jp/archives/projects_detail/280

東京大学 数理・情報教育研究センター 数理・データサイエンス関連教材

文科系のための線形代数・解析II 藤堂 眞治 教授・松尾 泰 教授・藤原 毅夫 教授 **New** [講義動画](#)

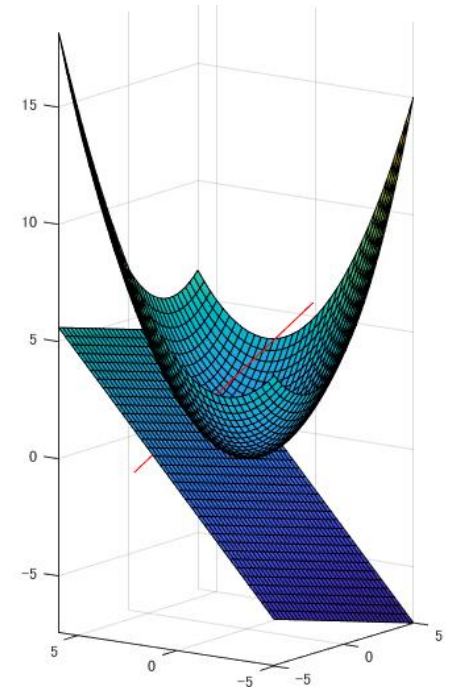
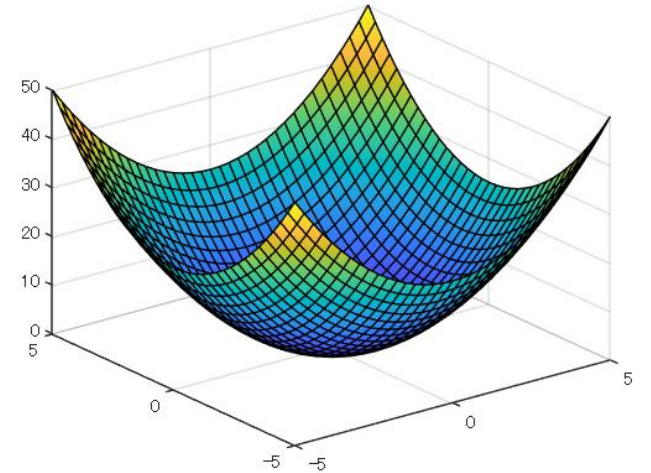
▼ 講義内容



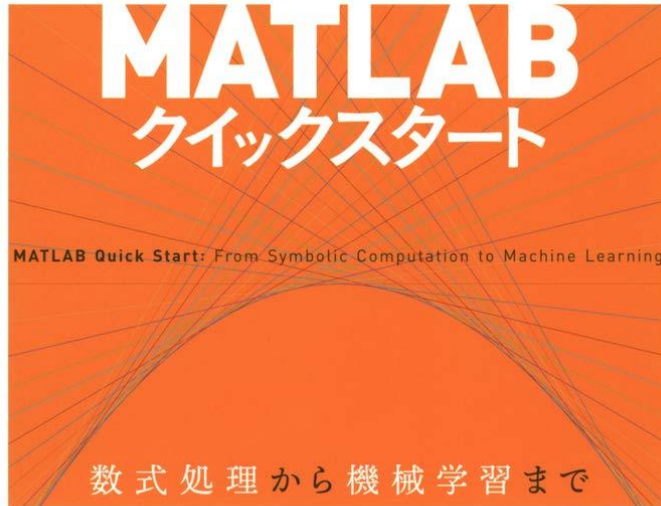
「文科系のための線形代数・解析I」に引き続き、経済学や統計学、データ科学などにおいて必要とされる線形代数、解析の基礎を学ぶ。線形回帰、二変数関数の微積分、基本的な最適化手法などを理解し、簡単な問題に応用できるようになることを目標とする。講義とMATLABを用いた演習を並行して進めることで実践で役立つ理解を目指す。

1. [線形回帰と最小二乗法](#)
2. [線形回帰と最小二乗法 2](#)
3. [線形代数の応用（主成分分析、Google行列とページランク）](#)
4. [主成分分析・Random Matrix](#)
5. [一変数関数の微分・二変数関数](#)
6. [一変数関数の微分・二変数関数 演習](#)
7. [合成関数の微分](#)
8. [合成関数の微分・接平面と法線ベクトル・陰関数](#)
9. [条件付き極値問題](#)
10. [二変数関数の最適化問題](#)
11. [二変数関数の積分](#)
12. [二変数関数の積分 演習](#)

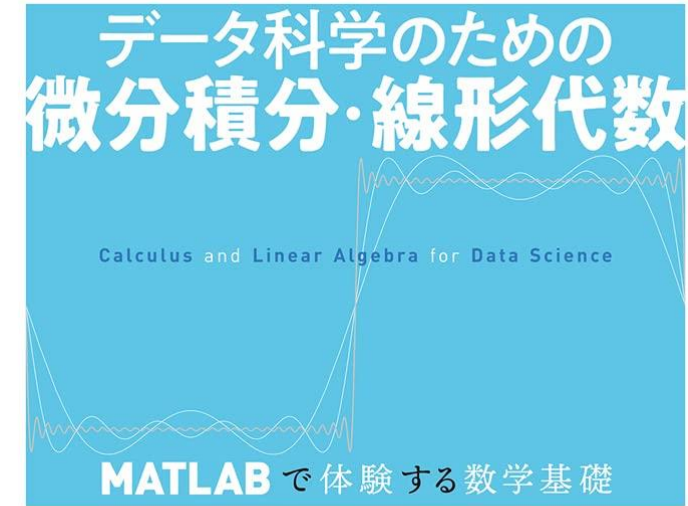
- 二変数関数のプロット
 - [Download handout05-1_todo.pdf](#)
 - [Download handout05-2_todo.pdf](#)
- 接平面と法線ベクトル
 - [Download handout08-3_todo.pdf](#)



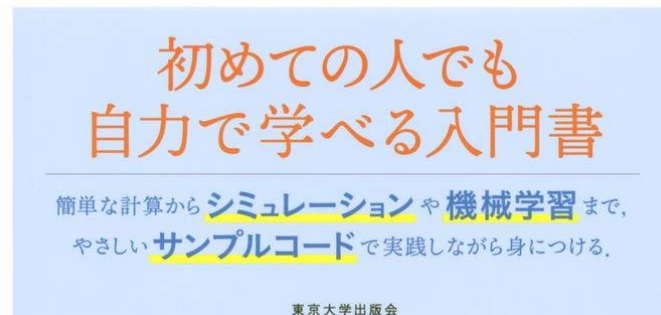
参考図書 (File Exchangedで掲載プログラム公開)



FUJIWARA Takeo
藤原毅夫
著



FUJIWARA Takeo TODO Syngae
藤原毅夫・藤堂眞治
著



東京大学出版会



東京大学出版会

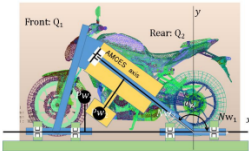
>><https://jp.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/85108-matlab>

>><https://jp.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/97707>

ヤマハ発動機、自立安定制御による倒れないバイクのコンセプトモデルを開発

4. 1 簡易モデリング

• ラグランジアンを用いて運動方程式導出



$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_1} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_2} = u \end{cases}$$

T_i : Kinetic energy of Q_i

U_i : Potential energy of Q_i

D_i : Dissipated energy of Q_i

$L = \Sigma T_i - \Sigma U_i$, $D = \Sigma D_i$, u : Torque

ヤマハ発動機は、積極的に重心点を移動することにより静止自立する2輪車のコンセプトモデル、MOTOROiDを開発しました。

企画から発表まで2年という短い期間でしたが、MATLAB®とツールボックス群を活用したモデリング、制御器設計、シミュレーション、そしてMATLABという統一環境で開発を行うことで、技術者同士の連携が促進され、具現化することができました。

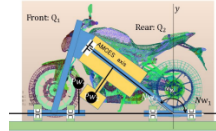
[📄 ヤマハ発動機について詳しく知る](#)

https://jp.mathworks.com/company/user_stories/case-studies/yamaha-motor-develops-concept-model-for-a-motorcycle-with-self-balancing-control.html



4. 1 簡易モデリング

• $q_1, q_2 = 0$ 回りで展開して線形化



$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & -c_1 & b_{13} & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & b_{23} & -c_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ u \end{Bmatrix}$$

$$a_{11} = i_{1xx} + i_{2xx} + m_1 p_{1y}^2 + m_2 p_{2y}^2, \quad a_{12} = i_{2xx} \alpha - i_{2xy} \beta + m_2 p_{2y} (p_{2y} \alpha - p_{2x} \beta)$$

$$a_{21} = a_{12}, \quad a_{22} = i_{2xx} \alpha^2 - 2i_{2xy} \alpha \beta + i_{2yy} \beta^2 + m_2 (p_{2y} \alpha - p_{2x} \beta)^2$$

$$b_{11} = m_1 g p_{1y} + m_2 g p_{2y}, \quad b_{13} = m_2 g (p_{2y} \alpha - p_{2x} \beta)$$

$$b_{21} = b_{13}, \quad b_{23} = m_2 g (p_{2y} \alpha - p_{2x} \beta) \alpha$$

$$\alpha = \cos(a_2), \quad \beta = \sin(a_2)$$

主な成果

- 静止自立する2輪車コンセプトモデルを短期間で実現
- MATLAB, Simulinkによる自律バランス制御の効率的な原理試作を実現
- MATLABが共通言語となり技術者同士の連携を促進

使用製品

- Control System Toolbox
- **Symbolic Math Toolbox**
- System Identification Toolbox

今後の活用に向けて

- 自分のペースで学べるオンライン入門教材
- すぐに試せる例題集
- 授業で活用できるコースウェア

自分のペースで学べるオンライン入門教材

- 2時間程度の履修時間
- 中断してから再開することも可能
- 進捗報告や修了証の発行が可能

初心者の方におすすめ (14)

MATLAB (4)

Simulink (7)

AI、機械学習、ディープラーニング (5)

数学および最適化 (6)

画像処理および信号処理 (5)

50 を超えるバーチャルおよび対面形式の**クラスルーム** コースを提供

初心者の方におすすめ



MATLAB 入門

2%

15 個のモジュール | 2 時間 | 言語

最短でMATLAB の基礎を学びましょう。



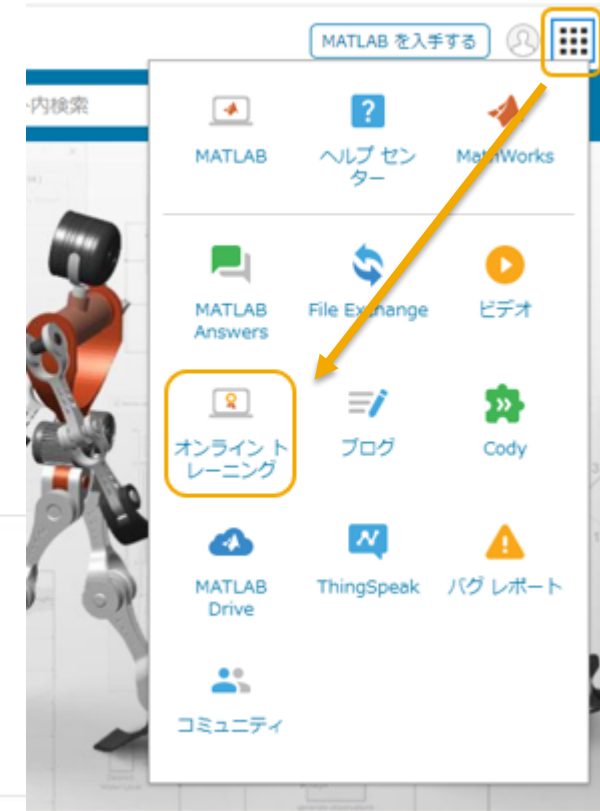
MATLAB によるシンボリック計算


100%

13 個のモジュール | 2 時間 | 言語

基本的なシンボリック計算について学ぶ

アクセス方法



1. <https://mathworks.com/>にアクセス
2. ページ右上のMatrix menu  をクリック
3. オンライントレーニングを選択

MATLAB によるシンボリック計算

← コースの終了

MATLAB によるシンボリック計算 (100% 完了) Yoshio Okita

シンボリック変数の作成 > 数値をシンボリックに格納

MATLAB によるシンボリック計算

100% 完了

- ✓ ▶ 1. はじめに 100%
- ✓ ▼ 2. シンボリック変数の作成 100%
 - ✓ ▶ 数値をシンボリックに格納
 - ✓ ▶ シンボリック変数の作成
- ✓ ▶ 3. シンボリック変数を使用した数式 100%
- ✓ ▶ 4. シンボリック方程式の作成と解 100%
- ✓ ▶ 5. 代数操作と簡略化 100%
- ✓ ▶ 6. 前提条件の操作 100%
- ✓ ▶ 7. 測定単位の操作 100%
- ✓ ▶ 8. シンボリック関数の作成 100%
- ✓ ▶ 9. シンボリック関数と方程式の可視化 100%
- ✓ ▶ 10. プロジェクト I の確認 100%
- ✓ ▶ 11. Symbolic Math を使用した微積分 100%
- ✓ ▶ 12. プロジェクト II の確認 100%
- ✓ ▶ 13. 次のステップ 100%

メモ: スクリプトを実行するには、MATLAB ツールストリップの [実行] をクリックします。

練習が完了したら、次のセクションに進んでください。

[次のセクション >](#)

ライブ エディター ビュー

コード コントロール タスク リファクター セクション区切り

コードの執行 実行して次に進む 実行 ステップ 停止

コード セクション 最後まで実行

nlx * x +

Storing Numbers Symbolically

Instructions are in the task pane to the left. Complete and submit each task one at a time.

Task 1

```
x = 3
```

Task 2

```
syms xsym
xsym = sym(3)
```

```
x = 3
```

```
xsym = 3
```

Task 3

```
y = 2/3
ysym = sym(2/3)
```

```
y = 0.6667
ysym =
```

$$\frac{2}{3}$$

Further Practice

```
whos
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
x	1x1	8	double	
xsym	1x1	8	sym	
y	1x1	8	double	
ysym	1x1	8	sym	

すぐに試せる例題集

目次

◀ ドキュメンテーションのホーム

◀ 例

◀ 数字および最適化

カテゴリ

Global Optimization Toolbox

Mapping Toolbox

Optimization Toolbox

Partial Differential Equation Toolbox

Symbolic Math Toolbox

Symbolic Math Toolbox 入門 7

MATLAB におけるシンボリック計算 17

数学 45

グラフィックス 6

コード生成 7

タイプ

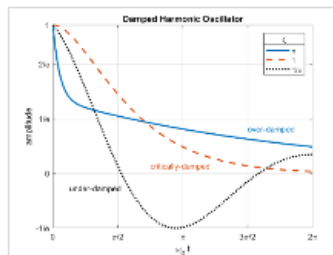
すべて 67

MATLAB 66

Simulink 1

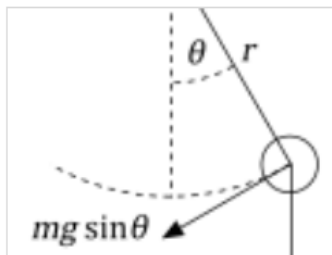
ドキュメンテーション 例 関数 ビデオ 回答集

MATLAB におけるシンボリック計算



減衰調和振動子の物理特性

この例では、駆動力がない場合の運動方程式を解くことにより、減衰調和振動子の物理特性を調べます。この例では、不足減衰、過減衰、およ



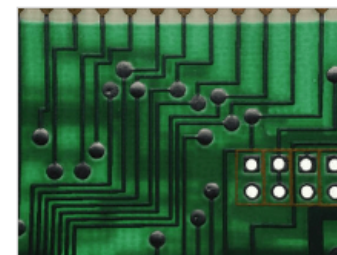
振子の周期的揺れの動きのシミュレーション

この例では、Symbolic Math Toolbox™ を使用して単純な振子の動きをモデル化する方法を示します。振子の運動方程式を導出し、そ



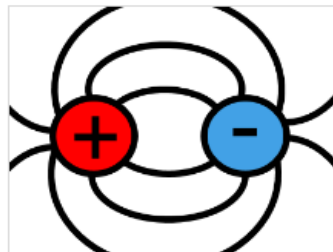
風力タービンで作りに出される平均電力の評価

この例では、Symbolic Math Toolbox™ と Statistics and Machine Learning Toolbox™ を使用して、風力タービンが生み出す平



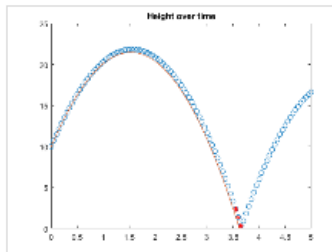
イメージの歪み補正アルゴリズムの開発

この例では、Symbolic Math Toolbox™ を使用して、イメージの歪みを補正する数学モデルを開発し、ライブ スクリプトでローカル



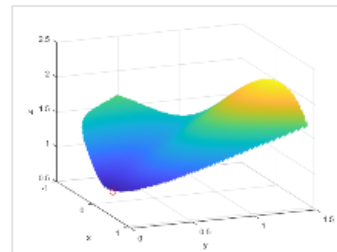
電気双極子モーメントと放射電力

この例では、楕円軌道で運動する 2 個の引き合う電荷 (“電気双極子”) の平均放射電力を求めます。



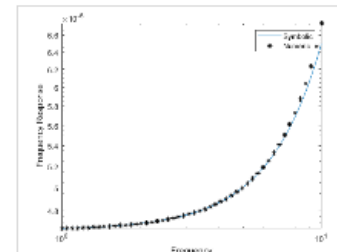
Symbolic Math Toolbox を使用した Simulink モデルの検証

この例では、古典的な混合力学系である跳ねるボールをモデル化する方法を説明します。このモデルには、連続ダイナミクスと離散遷移の両方



Optimization Toolbox ソルバーによる記号数学の使用

この例では、Symbolic Math Toolbox™ の関数 jacobian および matlabFunction を使用して、解析的な導関数を最適化ソルバーに与え



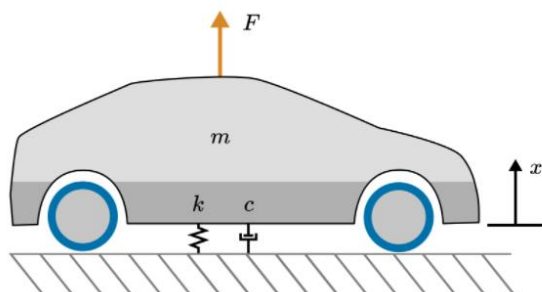
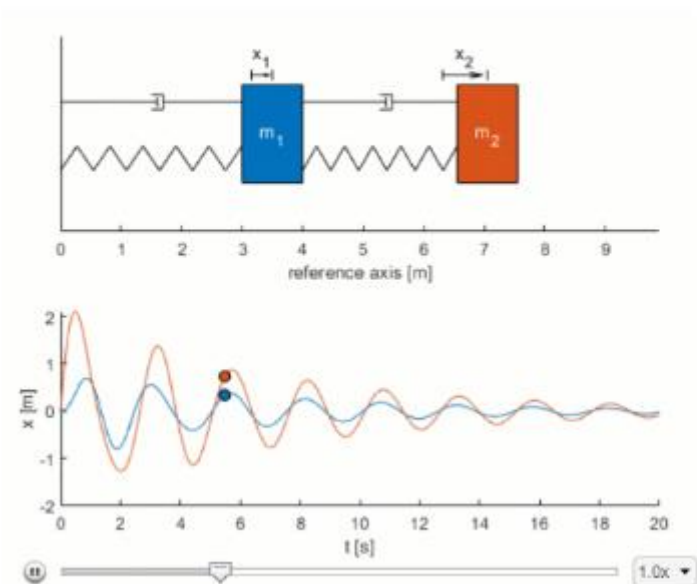
Simscape に対するカンチレバー トラス構造の解析モデル

この例では、通常のカンチレバー トラス構造におけるジョイントの変位を静的領域と周波数領域の両方でパラメータ化された解析式を求め

授業での活用できるコースウェア バネマスダンパーシステム (matlabFunctionBlock活用)

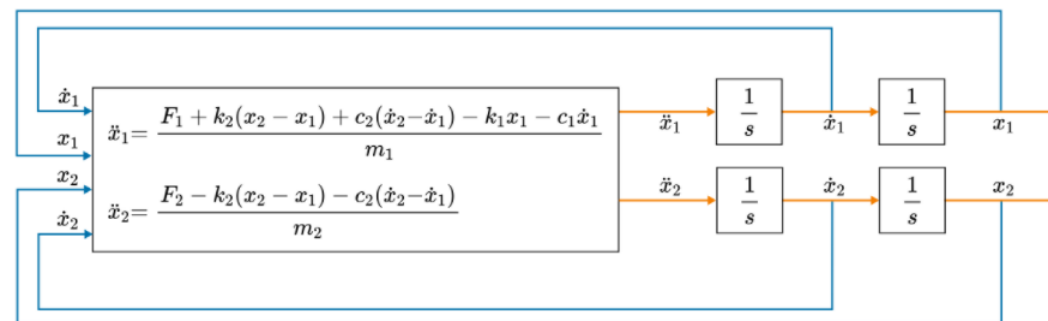
Curriculum Module

R2020bで作成。R2020b以降のバージョンでも使用可能



学習目標

- 自由物体図を作成し、バネマスダンパーシステムの運動方程式を導出する
- 重り、バネ、ダンパーを振動物理系の構成要素として関連付ける
- Simulinkで常微分方程式を解くモデルを作成する
- Symbolic Math Toolboxを使用し、Simulinkモデルの作成を補助する
- 1、2、nの自由度を持つSimulinkのバネマスダンパーモデルを完成させる
- パラメータ値とバネマスダンパーシステムの運動状態を関連付ける
- 車両のサスペンションモデルの減衰を要求性能を満たすように調整する
- バネマスダンパーの建物モデルの共振モードを同定する

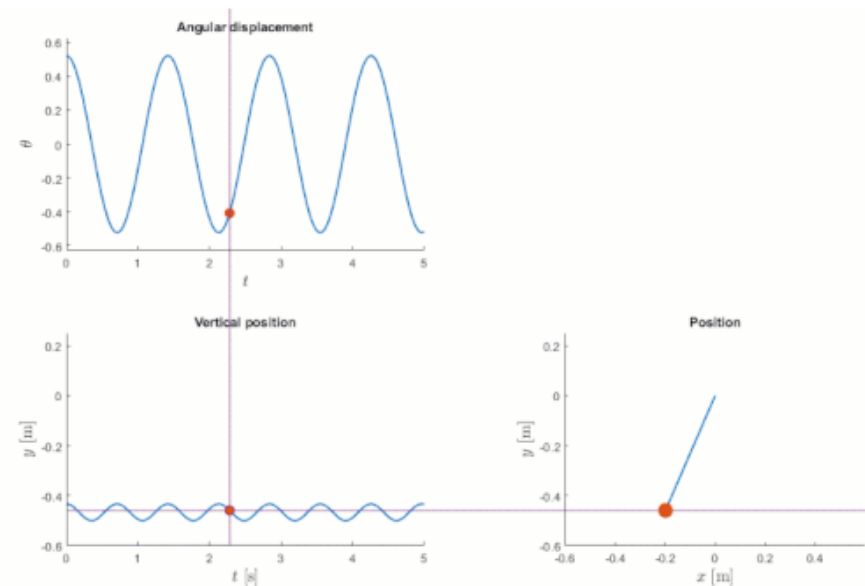


授業での活用できるコースウェア

動的システムの伝達関数解析（ラプラス変換活用）

Part0_ConceptReview.mlx, Part0_ConceptReviewSoln.mlx

ラプラス変換について復習するインタラクティブな授業。



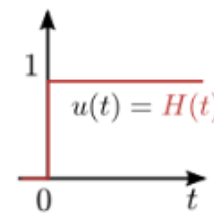
学習到達目標:

- 手計算とシンボリック演算でラプラス変換を計算する
- ラプラス変換の性質を説明する
- 初期値問題を解くためにラプラス変換を用いる
- 線形時不変(LTI)作用素の定義を復習する

Part1_TransferFunctionBasics.mlx, Part1_TransferFunctionBasicsSoln.mlx

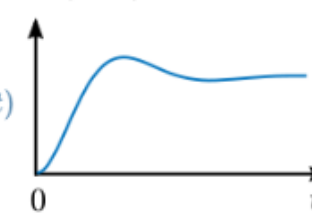
伝達関数の導出と時間応答について、解析的に求めたりMATLABで計算する方法を学ぶインタラクティブな授業。

Step input



g

Step response



学習到達目標:

- 伝達関数を手計算で求める
- シンボリック演算を使って伝達関数を求める
- システムのインパルス応答、ステップ応答、強制応答を数値的に計算してプロットできる
- システムのステップ応答と強制応答を解析的に求めることができる
- 時間応答の物理的な意味づけを説明することができる

```
syms t f(t)
dfdt = diff(f)
```

```
dfdt(t) =
    ∂
    ∂t f(t)
```

```
Fs = laplace(dfdt)
```

```
Fs = s laplace(f(t), t, s) - f(0)
```

```
syms t f(t) % Definitions of the symbolic variables
% Perform your symbolic computations here
d2fdt2 = diff(f,2)
```

```
d2fdt2(t) =
    ∂²
    ∂t² f(t)
```

```
Fs = laplace(d2fdt2)
```

```
Fs =
```

```
s² laplace(f(t), t, s) - s f(0) - ((∂
∂t f(t))|ₜ=₀)
```

セミナーご案内 2022年12月14日 12:00～13:00

理論と実践両方身につく！電気電子分野におけるシミュレーション活用

概要

コロナ禍における授業のオンライン展開や、初等教育・中等教育での情報科目の必修化に伴い、大学の授業でもソフトウェアを使った新しい教育の形が模索されています。

本Webセミナーでは、電気電子工学の教育現場において、ソフトウェアを利用したシミュレーションを授業に取り入れる利点や、実際にどのような教材を作成すればよいかについて、神戸市立工業高等専門学校電気工学科の南政孝 准教授とMathWorksエンジニアからご紹介します。

セミナー内容:

【ゲスト講演】パワエレ教育現場の課題とシミュレーションに対する期待

講演者: 神戸市立工業高等専門学校電気工学科 准教授 南政孝 先生

南先生は電気学会 産業応用部門 半導体電力変換技術委員会にて、「デジタル技術を活用したパワーエレクトロニクス教育に関する協同研究委員会」の委員長として、パワーエレクトロニクス教育におけるITC技術・シミュレーションの活用を推進していらっしゃいます。本セッションでは、南先生の電気学会での委員会活動もご紹介いただきながら、シミュレーションを教育に取り入れる利点と課題についてお話いただきます。

MATLAB, Simulink, Simscapeを利用したシミュレーション教材の紹介

MathWorksのツールはMATLABによるスクリプト実行環境と、SimulinkとSimscapeによるシミュレーション環境を容易に連携させることが最大の特徴です。本セッションでは電気・電子系の基礎科目の担当を持つ先生を対象に、理論と現象の対応関係を学生に理解させるための授業用のサンプルをご紹介します

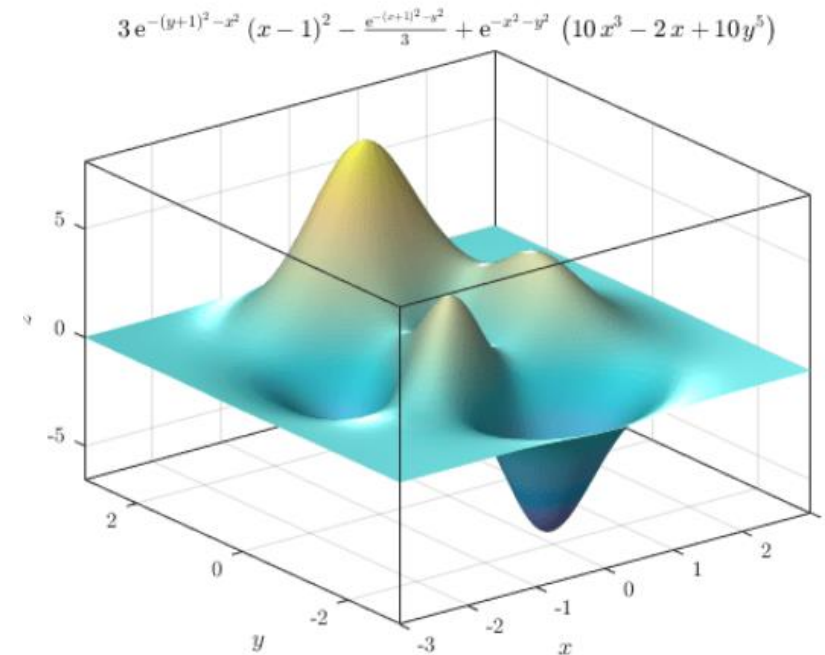
- 回路の微分方程式をMATLABで解いて、手計算で導出式と突き合わせた検算を実施
- 微分方程式から得た過渡特性と回路モデルの演算結果を比較し、理論と実際に発生しうる差異について考察

対象製品

- MATLAB
- Simulink
- Simscape
- Simscape Electrical
- Symbolic Math Toolbox

まとめ

1. MATLABにおける数式処理
2. Symbolic Math Toolbox紹介
 - 基本機能、応用機能
3. 活用事例
4. 今後の活用に向けて
5. Q & A



本日のセミナーを通じて

- MATLABにおける数式処理の概要を理解する
- 今後の活用に向けて何をすればよいか分かる
- 実際に使ってみるきっかけに